

Екзаменул уник де стат ла МАТЕМАТИКЭ

Варианта демонстративэ материалелор де апречиере а куноштинцелор пентру реализаря ын анул 2026 экзаменулуй уник де стат ла МАТЕМАТИКЭ

Експликаций ла варианта демонстративэ а материалелор де апречиере пентру ЕУС ла математикэ а анулуй 2026

Варианта демонстративэ есте дестинатэ пентру а да о ынкипуире деспре структура виитоарелор materiale де апречиере, деспре нумэрул де ынсэрчинэрь, деспре форма лор ши нивелул де комплекситате.

Ынсэрчинэриле вариантэй демонстративе ну рефлектэ тоате ынтребэриле концинутулуй, каре пот фи инклузе ын материалеле де апречиере ын анул 2026. Структура лукрэрий есте датэ ын спецификации, яр листа ынтребэрилор – ын кодификаторий элементелор концинутулуй ши черинцелор кэтре нивелул прегэтирей а абсолвенцилор организациилор де ынвэцэмынт пентру а реализа экзаменул уник де стат ын анул 2026 ла математикэ.

Лукраря де экзаминаре есте форматэ дин доуэ пэрць, каре диферэ дупэ концинут, комплекситате ши нумэрул де ынсэрчинэрь. Критериул стабилит фиекэрей пэрць а лукрэрий есте форма ынсэрчинэрилор:

- партя 1 концине 12 ынсэрчинэрь (ынсэрчинэриле 1–12) ку рэспунс скурт;
- партя 2 концине 4 ынсэрчинэрь (ынсэрчинэриле 13–16) ку рэспунс скурт ши чинч ынсэрчинэрь (ынсэрчинэриле 17–21) ку рэспунс десфэшурат.

Дупэ нивелул де комплекситате ынсэрчинэриле се репартизиязэ ын фелул урмэтор: ынсэрчинэриле 1–12 ау нивел де базэ, ынсэрчинэриле 13–20 – нивел ридикат, ынсэрчинаря 21 се реферэ ла нивелул ыналт де комплекситате.

Ынсэрчинаря ку рэспунс скурт (1-16) се сокоате ындеплинитэ, дакэ ын формуларул ку рэспунсурь № 1 есте фиксат рэспунсул корект ын формэ де нумэр ынтрег сау фракцие зечималэ финитэ.

Резолваря коректэ а фиекэрей дин ынсэрчинэриле 1-16 есте естиматэ ку ун пункт. Резолваря коректэ фиекэрей дин ынсэрчинэриле 17 - 18 есте естиматэ ку - 2 пункте; 19 ши 20 — 3 пункте ши 21 — 4 пункте. Пунктажул максимал примар пентру ындеплиниря лукрэрий — 30 пункте.

Критерииле де евалуаре презентате пермит сэ ынцележець черинцеле привинд деплинэтата ши коректитудиня резолвэрилор. Пентру фиекаре ынсэрчинаре ку рэспунс десфэшурат, инклусэ ын варианта демонстративэ, се пропуне о резолваре дин челе посибиле.

Варианта демонстративэ а материалелор де апречиере, системул де евалуаре, спецификация ши кодификаторий вор ажута сэ елабораць стратегия де прегэтире кэтре ЕУС ла математикэ

Инструкциунь ла ындеплиниря лукрэрий

Лукраря де экзаминаре есте алкэтуитэ дин доуэ пэрць, инклузынд ын сине 21 де ынсэрчинэрь.

Партя 1 концине 12 ынсэрчинэрь ла нивел де базэ де комплекситате ку рэспунс скурт.

Партя 2 концине 4 ынсэрчинэрь ла нивел ридикат де комплекситате ку рэспунс скурт ши 5 ынсэрчинэрь ла нивел ридикат ши ыналт де комплекситате ку рэспунс десфэшурат.

Пентру ындеплиниря лукрэрий де экзаминаре ла математикэ се атрибуе 3 оре 55 минуте (235 минуте). Рэспунсуриле ла ынсэрчинэриле 1–16 се скриу ын формэ де нумэр ынтрег сау фракцие зечималэ финитэ.

Нумереле скриець ын кымпуриле рэспунсурило ын текстул лукрэрий, яр апой ле трансфераць ын формуларул ку рэспунсурь № 1.

Рэспунс: -0,8.

0	,	8																	
---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Ындеплининд ынсэрчинэриле 17–21 се чере де скрис резолваря комплетэ ши рэспунсул ын формуларул ку рэспунсурь № 2.

Тоате формулареле ЕУС се ындеплинесь ку чернялэ нягрэ апринсэ. Се пермите фолосиря пиксурило ыкапеларе, ку жел сау ку пениць.

Ла ындеплиниря ынсэрчинэрило се поате фолоси макулаторул. Ынскриериле ын макулатор ну се яу ын консидерацие ла апречиеря лукрэрий.

Пунктеле, акумулаторе де кэтре Думнявоастрэ пентру ынсэрчинэриле ындеплините, се сумязэ. Стэруици-вэ сэ ындеплиниць кыт май мулте ынсэрчинэрь ши сэ акумулаць чел май маре пунктаж.

Вэ дорим сукчес!

Рэспунсул ла ынсэрчинэриле 1–16 есте нумэр ынтрег сау фракцие зечималэ финитэ. Рэспунсул скриець ын ФОРМУЛАРУЛ КУ РЭСПУНСУРЬ № 1 ын партя дрянтэ де ла нумэрул ынсэрчинэрий ындеплините, ынчепынд ку примул пэтрэцел. Фиекаре цифрэ, семн минус ши виргулэ скриець ын пэтрэцел апарте ын кореспундере ку моделеле арэте ын формулар. Унитэциле де мэсурэ ну есте нечесар де скрис.

Партя 1

1. Челе май симпле проблеме.

Конформ планулуй тарифар «Ка о зи» компания де комуникаре челуларэ ын фиекаре сярэ ретраже де пе контул абонатулуй 16 рубле. Дакэ пе конт ау рэмас май пущин де 16 рубле, апой ын диминяца урмэтоаре нумэрул есте блокат пынэ ла комплетаря контулуй. Астэзь диминяцэ Лиза авя пе конт 300 рубле. Кыте зиле (инклузынд ши де астэзь) ва путя сэ се фолосяскэ де телефон, некомплетынд контул?

Резолваре.

$300/16 = 18,75$, дар деоарече 75% дин 16 рубле (адикэ 12 рубле) ну ажунг, пентру а плэти зиуа де комуникаре- фачем конклузия, кэ Лизей ачешть бань ый ажунг пентру 18 зиле.

Рэспунс: 18

сау

Пациентулуй и се прескрие ун препарат, каре требуе бэут кыте 0,5 г де 3 орь пе зи пе паркурс де 21 zile. Ынтр-о кутие сынт 10 компримате де 0,5 г. Де кыте кутий чел пудин есте нечесар пентру ынтрегул курс де тратамент?

Резолваре.

Пациентул аре невое де $0,5 \cdot 3 \cdot 21 = 31,5$ г де препарат. Ынтр-о кутие се концин $0,5 \cdot 10 = 5$ г де препарат. Ымпэрцим 31,5 ла 5:

$$\frac{31,5}{5} = \frac{315}{50} = \frac{300 + 15}{50} = \frac{300}{50} + \frac{3}{10} = 6,3$$

Адикэ, пентру ынтрегул курс де тратамент сынт нечесаре 7 кутий.
Рэспунс: 7.

2. Проблема ла проченте.

Клиентул а луат де ла банкэ кредит 12 000 де рубле пе ун ан ку 16% ануал. Ел требуе сэ аките кредитул, контрибуинд ла банкэ ын фиекаре лунэ ачеяш сумэ де бань, пентру ка песте ун ан сэ плэтыскэ тоатэ сума, луатэ ын кредит, ымпреунэ ку прочентеле. Кыте рубле ел требуе сэ плэтыскэ бэнчий ын фиекаре лунэ?

Резолваре.

Песте ун ан клиентул требуе сэ аките $12\,000 + 0,16 \cdot 12\,000 = 13\,920$ рубле. Ымпэрцим 13 920 руб. ла 12 лунэ:

$$\frac{13\,920}{12} = 1160 \text{ руб./лунэ.}$$

Адикэ, клиентул требуе сэ аките лунар ла банкэ 1160 рубле.
Рэспунс: 1160.

сау

Импозитул пе венит алкэтуеште 13% дин salariu. Дупэ рецинеря импозитулуй пе венит Мария Константиновна а примит 9 570 рубле. Кыте рубле алкэтуеште salariu луй Марией Константиновна?

Резолваре.

Фие salariu луй Мария Константиновна алкэтуеште x рубле. Атунч $x - 0,13x = 9570 \Leftrightarrow 0,87x = 9570 \Leftrightarrow x = 9570 : 0,87 \Leftrightarrow x = 11\,000$.

Адикэ, salariu луй Мария Константиновна алкэтуеште 11 000 рубле.
Рэспунс: 11 000.

3. Читиря графичелор ши диаграмелор.

Пе десен ку пункте фиксате се аратэ курсул де скимб ал юанулуй кинезеск, стабилит де Банка Централэ а Федерацией Русе пентру тоате zile де 23 септембрие пынэ пе 23 октомбрие анул 2010. Пе оризонталэ се индикэ дата, пе вертикалэ – прецул юанулуй кинезеск 2026 г.



ын рубле. Пентру кларитате пунктеле фиксате сынт уните ку о линии. Детерминаць дупэ десен чел май мик курс де скимб ал юанулуй кинезеск ын рубле ын периоада датэ. Рэспунсул ыл даць ын рубле.

Резолваре.

Дин десен се веде, кэ чел май мик курс ал юанулуй кинезеск а фост стабилит пе 8 октомбрие ши алкэтуя 44,3.

Рэспунс: 44,3

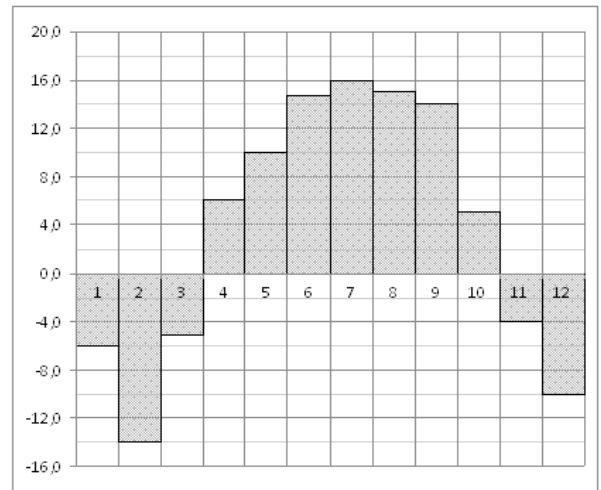
сау

Пе диаграмэ се аратэ температура медие лунарэ ла Нижний Новгород (Горький) пентру фиекаре лунэ а анулуй 1994. Пе оризонталэ се индикэ луниле, пе вертикалэ – температура ын граде Челсиус. Детерминаць дупэ диаграмэ, кыте лунь ау фост, кынд температурэ медие лунарэ ера май ыналтэ де 4 граде Челсиус.

Резолваре.

Дин диаграмэ се веде, кэ ау фост 7 лунь, кынд температура медие лунарэ ера май ыналтэ де 4 граде Челсиус (везь десенул).

Рэспунс: 7.



4. Лүкрул кү формулеле.

Теорема косинусурипор поате фи скрисэ ын форма $\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$, унде a , b ши c — латуриле триунгюлуй, яр γ — унгул динтре латуриле a ши b . Фолосинд формула датэ, гэсиць валоаря $\cos \gamma$, дакэ $a=5$, $b=8$ ши $c=7$.

Резолваре.

Ынлокуим мэримиле дате a , b , c ын формула: $\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$. Обцинем:

$$\cos \gamma = \frac{5^2 + 8^2 - 7^2}{2 \cdot 5 \cdot 8} = \frac{25 + 64 - 49}{80} = \frac{40}{80} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Рэспунс: 0,5

сау

Медия жеометрикэ а трей нумере a , b ши c се калкулязэ дупэ формула $g = \sqrt[3]{abc}$. Калкулаць медия жеометрикэ а нумерелор 12, 18, 27.

Резолваре.

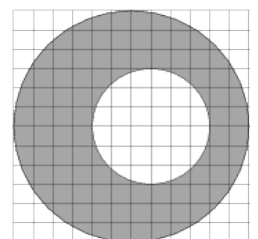
Ынлокуим валориле ын формулэ ши калкулэм:

$$g = \sqrt[3]{12 \cdot 18 \cdot 27} = \sqrt[3]{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 3} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3^6} = 2 \cdot 3^2 = 18.$$

Рэспунс: 18.

5. Рецяуа патратэ, планул де координате.

Пе о фоае ын пэтрэцеле сынт дате доуэ черкурь. Ария черкулуй интериор есте егалэ ку 1. Афлаць ария фигурий хашурате.



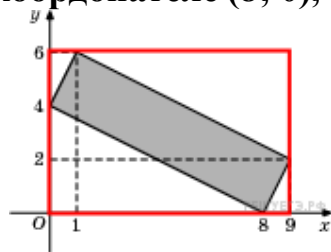
Резолваре.

Арииле черкурилор се рапортэ ка патратул разелор лор. Раза черкулуй екстериор есте егалэ ку 6, раза черкулуй интериор есте егалэ ку 3. Деоарече раза черкулуй май маре есте де доуэ орь май маре декыт раза черкулуй мик, атунч ария черкулуй май маре есте де патру орь май маре декыт ария черкулуй мик. Адикэ, еа есте егалэ ку 4. Ария фигурий хашурате есте егалэ ку диференца ариилор черкурилор: $4 - 1 = 3$.

Рэспунс: 3.

сау

Гэсиць ария патрулатерулуй, вырфуриле кэруй ау координателе (8; 0), (9; 2), (1; 6), (0; 4).

**Резолваре.**

Ария патрулатерулуй есте егалэ ку диференца динтре ария дрептунгюлуй ши ария а патру триунгюрь дрептунгиче. Атунч

$$S = 6 \cdot 9 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8 = 20 \text{ чм}^2.$$

Рэспунс: 20

6. Елементе але теорией пробабилитэцилор.

Конферинца штиинцификэ се петрече 5 zile. Де тот с-ау планификат 75 де рапоарте – примеле трей zile кыте 17 рапоарте, челелалте ау фост репартизате егал ынтре зиуа а патра ши а чинча. Ордия рапоартелор се детерминэ прин тражере ла сорць. Каре есте пробабилитатя, кэ рапортул професорулуй М. ва фи плэнуит ын ултима зи а конферинцей?

Резолваре.

Ын примеле трей zile вор фи читите 21 де рапоарте, ын ултимиле доуэ се планификэ 24 рапоарте. Деачея ын ултима зи сынт планификате 12 рапоарте. Адикэ, пробабилитатя кэ, рапортул професорулуй М ва фи планификат ын ултима зи а конферинцей есте егалэ ку $\frac{12}{75} = 0,16$

Рэспунс: 0,16.

сау

Ынаинте де ынчеперя мечулуй де фотбал арбитрул арункэ о монедэ, пентру а стабилити, каре дин екипе прима ва ынчепе жокул ку минжя. Екипа «Физик» жоакэ трей мечурь ку диферите екипе. Афлаць пробабилитатя, кэ ын ачесте жокурь «Физик» ва ынчепе жокул ку минжя фикс де доуэ орь.

Резолваре.

Вом нота ку «1» партя монедей каре рэспунде кэ «Физик» ва ынчепе жокул, яр чялалтэ парте а монедей о вом нота ку «0». Атунч комбинаций фаворабиле вор фи трей: 110, 101, 011, яр ын тотал комбинаций вор фи $2^3 = 8$: 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111. Астфел, пробабилитатя кэутатэ есте егалэ ку:

$$\frac{3}{8} = 0,375.$$

Рэспунс: 0,375.

7. Екуаций симпле.

Гэсиць рэдэчина екуацией: $x = \frac{6x-15}{x-2}$. Дакэ екуация аре май мулт де о рэдэчинэ, ын рэспунс индикаць чя май маре динтре еле.

Резолваре.

Домениул валорилор адмисибиле: $x-2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$. Пентру $x \neq 2$ ынмулцим амбеле перць ла нумитор:

$$x = \frac{6x-15}{x-2} \Leftrightarrow x(x-2) = 6x-15 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5; \\ x = 3. \end{cases}$$

Амбеле рэдэчинь апарцин ла ДВА. Чя май маре дин еле есте егалэ ку 5.
Рэспунс: 5.

сау

Гэсиць рэдэчина екуацией: $\sqrt{-72-17x} = -x$. Дакэ екуация аре май мулт де о рэдэчинэ, ын рэспунс индикаць чя май микэ динтре еле.

Резолваре.

Ридикэм ла патрат:

$$\sqrt{-72-17x} = -x \Leftrightarrow \begin{cases} -72-17x = x^2, \\ -x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 17x + 72 = 0, \\ x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = -9, \\ x = -8, \end{cases} \\ x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -9, \\ x = -8. \end{cases}$$

Рэспунс: -9.

8. Планиметрия : проблеме, легате ку унгиориле.

Ын триунгол ABC унгиул C есте егал ку 90° ,

$$\cos A = \frac{\sqrt{5}}{5} \quad BC = 5. \text{ Афлаць } AC.$$

Резолваре.

Авем:

$$AC = \frac{BC}{\operatorname{tg} A} = \frac{BC \cos A}{\sin A} = \frac{BC \cos A}{\sqrt{1 - \cos^2 A}} = \frac{5 \cdot \frac{\sqrt{5}}{5}}{\sqrt{1 - \frac{5}{25}}} = 5 \cdot \frac{\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{5}{2\sqrt{5}} = 2,5.$$

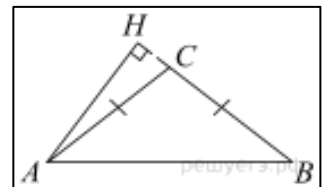
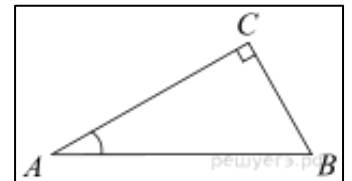
Рэспунс: 2,5.

сау

Ын триунгол ABC $AC = BC$, $AB = 10$, ынэлцимя AH есте егалэ ку 3. Афлаць синусул унгиулуй BAC .

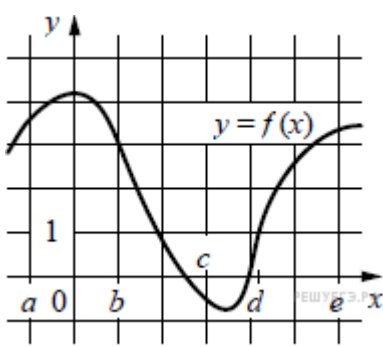
Резолваре.

Триунгул ABC есте исосчел, ынсямнэ, унгиориле BAC ши ABH сынт егале ка унгиорь де ла базэ.



$$\sin \angle BAC = \sin \angle ABH = \frac{AH}{AB} = \frac{3}{10} = 0,3.$$

Рэспунс: 0,3.

**9. Анализа графичелор ши диаграмелор.**

Пе десен есте дат графикул функцией $y = f(x)$. Нумереле a, b, c, d ши e формязэ пе акса x патру интервале. Фолосинд графикул, пунець ын

кореспонденцэ фиекэруй интервал карактеристичиле функцией сау дериватей ей.

Май жос сынт индикате валориле дериватей ын пунктеле дате. Фолосинд графикул, пунець ын кореспонденцэ фиекэруй пункт валоаря дериватей.

ПУНКТЕ

КАРАКТЕРИСТИЧИЛЕ ФУНКЦИЕЙ ШИ ДЕРИВАТЕЙ.

А) $(a; b)$

1) деривата есте негативэ пе тот интервалул

Б) $(b; c)$

2) деривата есте позитивэ ла ынчепутул

В) $(c; d)$

интервалулуй ши негативэ ла сфыршитул

Г) $(d; e)$

интервалулуй

3) функция есте негативэ ла ынчепутул

интервалулуй ши позитивэ ла сфыршитул

интервалулуй

4) деривата есте позитивэ пе тот интервалул

Скриець ын рэспунс чифреле, аранжынду-ле ын ординя, литерелор кореспунзэтоаре:

А	Б	В	Г

Експликаций.

Дакэ функция креште, атунч деривата есте позитивэ ши инверс.

Пе интервалул $(a;b)$ деривата есте позитивэ ла ынчепутул интервалулуй ши негативэ ла сфыршит, деачея функция ла ынчепут креште, апой дескреште.

Пе интервалул $(b;c)$ деривата есте негативэ, деоарече функция дескреште.

Пе интервалул $(c;d)$ функция есте негативэ ла ынчепутул интервалулуй ши позитивэ ла сфыршитул интервалулуй.

Пе интервалул $(d;e)$ деривата есте позитивэ, деоарече функция креште.

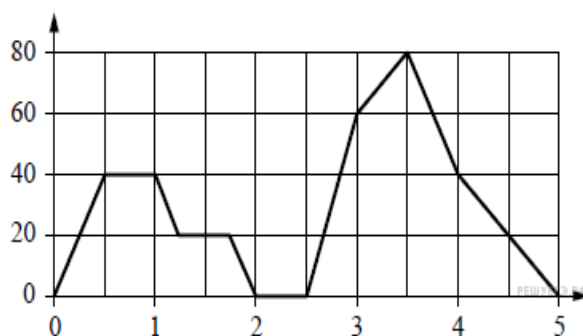
Ын аша фел, обцинем кореспонденца А — 2, Б — 1, В — 3 и Г — 4.

Рэспунс: 2134.

сау

Пе график се аратэ депенденца витезий аутомобилулуй ын друмул динтре доуэ ораше де тимп. Пе акса вертикалэ се дэ витеза ын км/орэ, пе оризонталэ — тимпул ын оре, трекут де ла ынчепутул мишкэрий аутомобилулуй.

Фолосинд графикул, пунець ын кореспонденцэ фиекэруй интервал де тимп карактеристика мишкэрий аутомобилулуй пе ачест интервал.



ИНТЕРВАЛЕЛЕ ДЕ ТИМП

КАРАКТЕРИСТИКА МИШКЭРИЙ

А) а доуа орэ де друм

1) аутомобилул ну а луат витезэ ши карева

Б) а трея орэ де друм

тимп а паркурс ку витезэ константэ

В) а патра орэ де

2) витеза аутомобилулуй мереу кэдя

друм

3) аутомобилул а фэкут о оприре

Г) а чинчя орэ де

4) витеза аутомобилулуй а атинс пунктул

друм

максим пентру тот тимпул мишкэрий

Скриець ын рэспунс чифреле, аранжынду-ле ын ординя, литерелор кореспунзэтоаре:

А	Б	В	Г

Експликаций.

Ын тимпул челей де-а доуэ орэ де друм аутомобилул ну се акчелера ши карева тимп а мерс ку витезэ константэ.

Ын тимпул челей де-а трея орэ де друм аутомобилул с-а оприт, яр апой шы-а континуат мишкаря.

Ын тимпул челей де-а патра орэ де друм аутомобилул а атинс витеза максимэ.

Ын тимпул челей де-а чинчя орэ де друм витеза аутомобилулуй кэдя.

Ын аша фел, обцинем кореспонденца : А — 1, Б — 3, В — 4 и Г — 2.
Рэспунс: 1342.

10. Стереометрия.

Ын база призмей дрепте се афлэ ун ромб ку диагонале, егале ку 6 ши 8. Ария супрафаций ей есте егалэ ку 248. Афлаць мукия латералэ а ачестей призме.

Резолваре.

Латура ромбулуй a поате фи експриматэ прин интермедиул диагонале луй d_1 ши d_2 астфел

$$a = \frac{1}{2} \sqrt{d_1^2 + d_2^2} = 5, \quad S_P = \frac{1}{2} d_1 d_2 = 24.$$

Атунч мукия латералэ о афлэм дин експресия пентру ария супрафаций:

$$S = 2S_{\text{ромба}} + 4aH \Leftrightarrow H = \frac{S - 2S_{\text{ромба}}}{4a} = \frac{248 - 48}{20} = 10.$$

Рэспунс: 10.

сау

Ын паралелепипедул дрептунгик $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ се штие, кэ $DD_1=1$, $CD=2$, $AD=2$ Афлаць лунжия диагоналей CA_1

Резолваре.

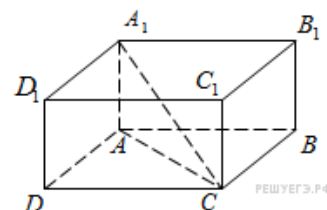
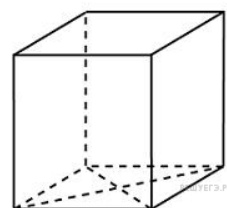
Афлэм диагонала AC а дрептунгюлуй $ABCD$. Дупэ теорема луй Питоагора

$$AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{8}.$$

Черчетэм триунгюл дрептунгик $A_1 AC$. Дупэ теорема луй Питоагора

$$CA_1 = \sqrt{CA^2 + AA_1^2} = \sqrt{8 + 1} = 3.$$

Рэспунс: 3.



11. Алежеря версиуней оптимале

Пентру транспортаря а 45 тоне де ынкэркэтурэ ла 1300 км се поате де фолосит де сервисииле унея дин челе трей фирме де транспорtare. Костул транспортэрий ши капачитатя де ридикаре а аутомобилелор пентру фиекаре транспортатор сынт индикате ын табел. Кыте рубле ва требуи де плэтит пентру чя май ефтинэ транспорtare?

Транспортаторул	Костул транспортэрий ку ун аутомобил (руб. ла 100 км)	Капачитатя де ридикаре а аутомобилелор (тоне)
<i>A</i>	3200	3,5
<i>B</i>	4100	5
<i>B</i>	9500	12

Резолваре.

Сэ анализэм тоате опциуниле.

Пентру а транспорта 45 тоне де марфэ транспортаторул *A* ва авя невое де 13 аутомобиле. Костул транспортулуй ку фиекаре дин еле ва фи $32 \cdot 1300 = 41\,600$ руб. Костул тотал ал транспортэрий ва фи $41\,600 \cdot 13 = 540\,800$ руб.

Пентру а транспорта 45 тоне де марфэ транспортаторул *B* ва авя невое де 9 аутомобиле. Костул транспортулуй ку фиекаре дин еле ва фи $41 \cdot 1300 = 53\,300$ руб. Костул тотал ал транспортэрий ва фи $53\,300 \cdot 9 = 479\,700$ руб.

Пентру а транспорта 45 тоне де марфэ транспортаторул *B* ва авя невое де 4 аутомобиле. Костул транспортулуй ку фиекаре дин еле ва фи $95 \cdot 1300 = 123\,500$ руб. Костул тотал ал транспортэрий ва фи $123\,500 \cdot 4 = 494\,000$ руб.

Костул челей май ефтинэ транспортэрь ва фи 479 700 руб.

Рэспунс: 479 700.

сау

Ын табел сынт дате прецуриле медий (ын рубле) пентру унеле продусе алиментаре принципале ын трей ораше але Русией (дупэ дате ла ынчепутул анулуй 2010).

Денумиря продусулуй	Тверь	Липецк	Барнаул
Пыне (батон)	11	12	14
Лапте (1 литру)	26	23	25
Картофь (1 кг)	9	13	16
Кашкавал (1 кг)	240	215	260
Карне (де витэ) (1 кг)	260	280	300
Улей де флоаря соарелуй (1 литру)	38	44	50

Детерминаць, ын каре динтре ачесте ораше ва фи чел май ефтин урмэторул сет де продусе: 2 батоане, 3 кг де картофь, 1,5 кг де карне де витэ, 1 л де улей де флоаря соарелуй. Ын рэспунс скриець прецул ачестуй сет де продусе ын ачест ораш (ын рубле).

Ла Тверь прецул а 2 пынь, 3 кг де картофь, 1,5 кг карне де витэ, 1 л улей де флоаря соарелуй ва фи $11 \cdot 2 + 9 \cdot 3 + 1,5 \cdot 260 + 1 \cdot 38 = 477$ руб.

Ла Липецк прецул а 2 пынь, 3 кг картофь, 1,5 кг карне де витэ, 1 л улей де флоаря соарелуй ва фи $12 \cdot 2 + 13 \cdot 3 + 1,5 \cdot 280 + 1 \cdot 44 = 527$ руб.

Ла Барнаул прецул а 2 пынь, 3 кг картофеля, 1,5 кг карне де витэ, 1 л улей де флоаря соарелуй ва фи $14 \cdot 2 + 16 \cdot 3 + 1,5 \cdot 300 + 1 \cdot 50 = 576$ руб.

Чел май ефтин сет де produse се поате кумпэра ла Тверь ла прецул 477 руб.
Рэспунс: 477

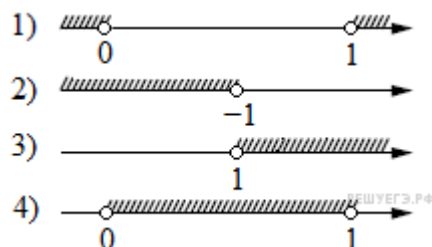
12. Инегалитэций симпле

Пентру фиекаре дин челе патру инегалитэць дин колоана дин стынга кореспунде уна дин солуцииле дин колоана дин дряпта. Стабилиць о кореспонденцэ ынтре инегалитэць ши солуцииле лор.

ИНЕГАЛИТАТЕ

- А) $\log_2 x > 0$
 Б) $2^{-x} > 2$
 В) $\frac{x}{x-1} < 0$
 Г) $\frac{1}{x(x-1)} > 0$

СОЛУЦИЙ



Скриець ын рэспунс чифреле, аранжынду-ле ын ординя, кореспунзэтор литерелор:

Резолваре.

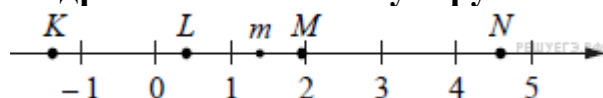
Резолвэм инегалитэциле:

- А) $\log_2 x > 0 \Leftrightarrow \log_2 x > \log_2 1 \Leftrightarrow x > 1$
 Б) $2^{-x} > 2 \Leftrightarrow 2^{-x} > 2^1 \Leftrightarrow -x > 1 \Leftrightarrow x < -1$
 В) $\frac{x}{x-1} < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$
 Г) $\frac{1}{x(x-1)} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0, \\ x > 1. \end{cases}$

Рэспунс: 3241.

сау

Пе дряптэ есте нотат нумэрул m ши пунктеле K, L, M ши N .



ПУНКТЕ

- А) K
 Б) L
 В) M
 Г) N

НУМЭР

- 1) $6 - m$
 2) m^2
 3) $m - 1$
 4) $-\frac{2}{m}$

Скриець ын рэспунс чифреле, аранжынду-ле ын ординя, кореспунзэтор литерелор:

Резолваре.

Обсервэм, кэ $1 < m < 2$, реесэ,
 $4 < 6 - m < 5$, $1 < m^2 < 4$, $0 < m - 1 < 1$, $-2 < -\frac{2}{m} < -1$.

Рэспунс: 4321.

Ну уйтаць сэ трансфераць тоате рэспунсуриле ын формуларул ку рэспунсуре № 1

ПАРТЯ 2

Рэспунсул ла ынсэрчинэриле 13–16 требуе сэ фие ун нумэр ынтрег сау фракције зечималэ финитэ. Рэспунсул требуе скрис ын формуларул ку рэспунсурь №1 ын партия дрянтэ де ла нумэрул ынсэрчинэрий ындеплините, ынчепынд ку примул пэтрэцел. Фиекаре цифрэ, семн минус ши виргулэ скриець ын пэтрэцел апарте ын кореспундере ку моделеле арэтата ын формулар. Унитэциле де мэсурэ ну есте нечесар де скрис.

13. Калкуле ши трансформэрь

Афлаць $61a-11b+50$, дакэ $\frac{2a-7b+5}{7a-2b+5}=9$

Резолваре.

Ефектуэм трансформэриле:

$$\frac{2a-7b+5}{7a-2b+5}=9 \Rightarrow 2a-7b+5=63a-18b+45 \Rightarrow 61a-11b+40=0 \Rightarrow \\ \Rightarrow 61a-11b+50=10.$$

Рэспунс: 10.

сау

Афлаць валоаря експрессией

$$\frac{(\sqrt{13}+\sqrt{7})^2}{10+\sqrt{91}}$$

Резолваре.

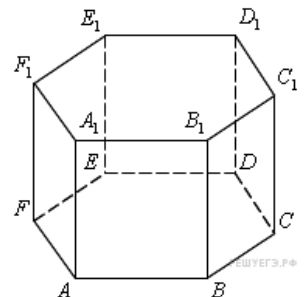
Ефектуэм трансформэриле:

$$\frac{(\sqrt{13}+\sqrt{7})^2}{10+\sqrt{91}} = \frac{13+2\sqrt{91}+7}{10+\sqrt{91}} = \frac{20+2\sqrt{91}}{10+\sqrt{91}} = \frac{2(10+\sqrt{91})}{10+\sqrt{91}} = 2$$

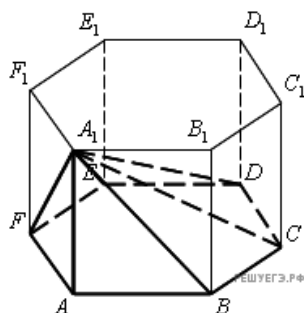
Рэспунс: 2.

14. Стереометрия.

Гэсиць волумул полиедрулуй, вырфуриле кэруй сынт пунктеле A, B, C, D, E, F, A_1 призмей хексагонале регулате $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ ария базей кэрей есте егалэ ку 4, яр мукия латералэ есте егалэ ку 3.



Резолваре.



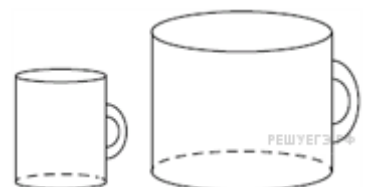
База пирамидей есте ачешь ка ши база призмей хексагонале регулате, ши ынэлцимя лор есте комунэ. Прин урмаре

$$V_{\text{пир}} = \frac{1}{3} S_{\text{пир}} h_{\text{пир}} = \frac{1}{3} S_{\text{пр}} h_{\text{пр}} = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 3 = 4.$$

Рэспунс: 4.

сау

Сынт дате доуэ кэнь де формэ чилиндрикэ. Прима канэ есте де 1,5 орь май жоасэ декыт а доуа, ын скимб а доуа де доуэ орь есте май латэ декыт прима. Де кыте орь волумул кэний а доуа есте май маре декыт волумул примий кэнь?



Резолваре.

Волумул чилиндролуй се калкулязэ дупэ формула $V = \pi r^2 h$. Волумул примий кэнь есте егал ку $V_1 = \pi r_1^2 h_1$. Волумул кэний а доуа есте егал

ку $V_2 = \pi r_2^2 h_2 = \pi (2r_1)^2 \frac{3}{2} h_1 = 6\pi r_1^2 h_1 = 6V_1$. Реесе, волумул кэний а доуа есте де шасе орь май маре декыт волумул примий кэнь.

Рэспунс: 6.

15. Валоаря чя май маре ши чя май микэ а функцией.

Афлаць валоаря чя май микэ а функцией $y = 4 \operatorname{tg} x - 4x - \pi + 5$ пе сегментул $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

Резолваре.

Афлэм деривата функцией дате:

$$y' = \frac{4}{\cos^2 x} - 4 = 4 \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) = 4 \operatorname{tg}^2 x.$$

Деривата афлатэ есте ненегативэ пе сегментул дат, функция датэ креште пе ел, де ачея валоаря чя май микэ а функцией пе сегмент есте

$$y\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 4 \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) + 4 \cdot \frac{\pi}{4} - \pi + 5 = 1.$$

Рэспунс: 1.

сау

Афлаць пунктул де миним ал функцией $y = 3x - \ln(x + 3)^3$.

Резолваре.

Обсервэм, кэ $y = 3x - 3 \ln(x + 3)$.

Домениул де дефиницие ал функцией— интервал дескис $(-3; +\infty)$.

Афлэм деривата функцией дате:

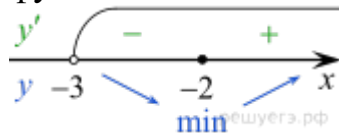
$$y'(x) = 3 - \frac{3}{x+3}.$$

Афлэмzeroуриле дериватей:

$$3 - \frac{3}{x+3} = 0 \Leftrightarrow x = -2.$$

Пунктул афлат апарцине интервалулуй $(-3; +\infty)$.

Детерминэм семнеле дериватей функцией ши арэтэм пе десен компортаря функцией:



Пунктул миним кэутат есте $x = -2$.

Рэспунс: -2.

16. Проблема текстуале.

Прин прима цявэ трече ку 2 литри де апэ пе минут май пуцин, декыт прин а доуа. Кыць литри де апэ пе минут трек прин а доуа цявэ, дакэ еа умпле резерворул ку волумул де 130 литри ку 4 минуте май репедэ, декыт прима цявэ умпле резерворул ку волумул де 136 литри?

Резолваре.

Фие прин цява а доуа трек x литри де апэ ын минут, $x > 2$, атунч прин прима цявэ трек $(x - 2)$ литри ын минут. Алкэтуим табелул дупэ дателе проблемей:

	Продуктивитатя (л/мин)	Тимпул (мин)	Волумул де лукру (л)
Прима цявэ	$x - 2$	$\frac{136}{x - 2}$	136
А доуа цявэ	x	$\frac{130}{x}$	130

Деоарече а доуа цявэ а умплут резерворул ку 4 минуте май репедэ, обцинем екуация:

$$\frac{136}{x - 2} - \frac{130}{x} = 4$$

Резолвэм екуация:

$$\frac{136x - 130x + 260 - 4x^2 + 8x}{x(x - 2)} = 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2 - 7x - 130}{x(x - 2)} = 0 \Leftrightarrow \frac{(2x + 13)(x - 10)}{x(x - 2)} = 0,$$

$x = 10$ сау $x = -6,5$. Арункынд солудия стрэинэ $-6,5$, обцинем, кэ прин цява а доуа трек 10 литри пе минут.

Рэспунс: 10.

сау

Ун турист мерже динтр-ун ораш ын алтул, ын фиекаре зи, мергынд май мулт, декыт зиуа пречедентэ, ку уна ши ачеяшь дистанцэ. Се штие, кэ ын прима зи туристул а мерс 10 километри. Детерминаць, кыць километри а мерс туристул ын а трея зи, дакэ тот друмул л-а паркурс ын 6 zile, яр дистанца динтре ораше есте де 120 километри.

Резолваре.

Ын прима зи туристул а мерс $a_1 = 10$ км, ын а доуа зи — $a_2, \dots$, ын ултима зи — a_6 км. Ын тотал а мерс $S_n = 120$ км. Дакэ ын фиекаре зи туристул мержя май мулт, декыт ын зиуа пречедентэ, ку d км, атунч

$$S_n = \frac{2a_1 + d \cdot (n - 1)}{2} n,$$

унде $n = 6$ zile, $a_1 = 10$ км. Ын аша мод,

$$\frac{2 \cdot 10 + 5d}{2} \cdot 6 = 120 \Leftrightarrow 5d = 20 \Leftrightarrow d = 4.$$

Атунч ын а трея зи туристул а мерс

$$a_3 = a_1 + 2d = 10 + 2 \cdot 4 = 18 \text{ км.}$$

Рэспунс: 18.

Ну уйтаць сэ трансфераць тоате рэспунсуриле ын формуларул ку рэспунсурь №1

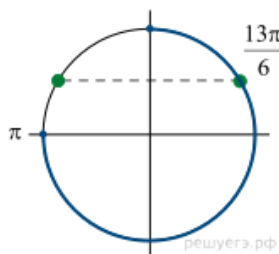
Пентру а скри резолвэриле ши рэспунсуриле ла ынсэрчинэриле 17-21 фолосиць ФОРМУЛАРУЛ КУ РЭСПУНСУРЬ №2. Скриець май ынтый нумэрул ынсэрчинэрий ындеплините (17,18 ши а.м.д.), яр апой резолваря комплетэ ку лэмурире ши рэспунс. Рэспунсуриле скриець клар ши читец.

17. Екуаций, системе де екуаций

а) Резолваць екуация: $4 \cos^2 x + 4 \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 1 = 0$.

б) Гэсиць тоате рэдэчиниле екуацией дате, че апарцин сегментулуй $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$

Резолваре.



а) Скрием екуация суб форма

$$4 - 4 \sin^2 x - 4 \sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow 4 \sin^2 x + 4 \sin x - 3 = 0.$$

Бнсямнэ, кэ $\sin x = -\frac{3}{2}$ — екуация ну аре солаций,
сау $\sin x = \frac{1}{2}$, де унде $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

б) Ку ажуторул чиркумферинцей унитаре селектем рэдэчиниле, че апарцин сегментулуй $\left[\pi, \frac{5\pi}{2}\right]$. Обцинем нумэрул $\frac{13\pi}{6}$.

Рэспунс: а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n, \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{13\pi}{6}$.

сау

а) Резолваць екуация $27^x - 5 \cdot 9^x - 3^{x+2} + 45 = 0$

б) Гэсиць тоате рэдэчиниле екуацией дате, че апарцин сегментулуй $[\log_3 4; \log_3 10]$.

Резолваре.

а) Дескомпунем ын факторь партя стынгэ:

$$27^x - 5 \cdot 9^x - 3^{x+2} + 45 = 0 \Leftrightarrow 27^x - 5 \cdot 9^x - 9 \cdot 3^x + 45 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 9^x(3^x - 5) - 9(3^x - 5) = 0 \Leftrightarrow (3^x - 5)(9^x - 9) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 5, \\ 9^x = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_3 5, \\ x = 1. \end{cases}$$

б)

Деоарече $1 < \log_3 4 < \log_3 5 < \log_3 10$, сегментулуй $[\log_3 4; \log_3 10]$ апарцине доар рэдэчина $\log_3 5$.

Рэспунс: а) $\{1; \log_3 5\}$, б) $\log_3 5$.

Обсервацие.

Се путя ынтродуче субституция $t = 3^x$, обцинем екуция ши а о резолва прин дескомпунеря ын факторь:

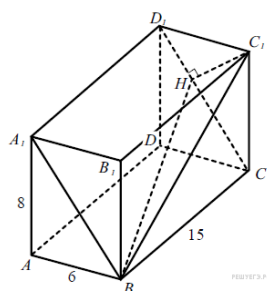
$$t^3 - 5t^2 - 9t + 45 = 0 \Leftrightarrow (t^2 - 9)(t - 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 5, \\ t = \pm 3. \end{cases}$$

Ревенинд ла вариабиле инициалэ обцинем солуция екуацией.

18. Унгуорь ши дистанце ын спацу

Ын параллелепипедул дрептунгик $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ гэснц унгул динтре планул $A_1 BC$ ши дряпта BC_1 , дакэ $AA_1 = 8$, $AB = 6$, $BC = 15$.

Резолваре.



Секциуня форматэ де планул $A_1 BC$ есте дрептунгюл $A_1 BCD_1$. Дин пунктул C_1 коборым

перпендикулара $C_1 H$ кэтре CD_1 . BH — проекция BC_1 пе планул $A_1 BC$. Аша дар, требуе сэ гэсим унгул $C_1 BH$. Ын триунгюл дрептунгик $D_1 C_1 C$ афлэм:

$$C_1 H = \frac{D_1 C_1 \cdot C_1 C}{D_1 C} = \frac{24}{5}.$$

Ын триунгюл дрептунгик BCC_1 афлэм: $BC_1 = 17$.

Ын триунгюл дрептунгик $C_1 HB$ афлэм:

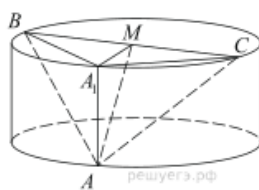
$$\sin B = \frac{C_1 H}{BC_1} = \frac{24}{85}.$$

$$\text{Рэспунс: } \arcsin \frac{24}{85}.$$

сау

Ынэлцимя чилиндролуй есте егалэ ку 5. Триунгюл исосчел ABC ку латура латералэ 14 ши $\angle A = 120^\circ$ есте ашезат ын аша мод, кэ вырфул луй A се афлэ пе чиркумферинца базей де жос а чилиндролуй, яр вырфуриле B ши C — пе чиркумферинца базей де сус. Гэснц унгул динтре планул ABC ши планул базей чилиндролуй.

Резолваре.



Фие AA_1 — женератоаря чилиндролуй, M — мижлокул коардей BC . Атунч $AM = AB \cdot \cos 60^\circ = 7$. Триунгюриле ABA_1 ши ACA_1 сынт егале дупэ ипотенузэ ши о катетэ. Прин урмаре, $BA_1 = A_1 C$. Ын триунгюриле

исосчеле BAC ши $BA_1 C$ медианеле AM ши $A_1 M$ сынт ши ынэлцимь. Дин ачест мотив унгул кэутат динтре плане есте егал ку унгул $\angle AMA_1$. Ын триунгюл дрептунгик AMA_1 авем:

$$\sin \angle AMA_1 = \frac{AA_1}{AM} = \frac{5}{7}, \quad \angle AMA_1 = \arcsin \frac{5}{7}.$$

$$\text{Рэспунс: } \arcsin \frac{5}{7}.$$

19. Инекуаций, системе де инекуаций.

Резолваць системул де инекуаций

$$\begin{cases} 2^x + \frac{80}{2^x} \geq 21, \\ \log_{x-1} \left(\frac{x+1}{5} \right) \leq 0. \end{cases}$$

Резолваре.

Обсервэм, кэ $2^x > 0$ пентру тоате валориле вариабилей, деачея прима инекуацие поате фи ынмулцитэ ла 2^x фэрэ а скимба семнул ей, де унде обцинем:

$$4^x + 80 \geq 21 \cdot 2^x \Leftrightarrow 4^x - 21 \cdot 2^x + 80 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x \geq 16, \\ 2^x \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4, \\ x \leq \log_2 5. \end{cases}$$

Резолвѐм а доуа инекуаѝе а системулуй, фолосинд теорема деспре семнул логаритмулуй:

$$\log_{x-1} \left(\frac{x+1}{5} \right) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x \neq 2, \\ (x-2) \left(\frac{x+1}{5} - 1 \right) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x \neq 2, \\ (x-2) \cdot \frac{x-4}{5} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x \leq 4.$$

Деоарече $2 < \log_2 5 < 3$, обѝинем солуѝия системулуй де инекуаѝий инициал:
 $2 < x \leq \log_2 5, x = 4$.

Рѝспунс: $(2, \log_2 5] \cup \{4\}$.

сау

Резолваѝь системул де инекуаѝий

$$\begin{cases} x + \frac{4x^2 + 5x}{x^2 - x - 6} \leq \frac{9}{5x - 15} + \frac{5x + 1}{5x + 10}, \\ 5^{x-1} + 5 \cdot (0,2)^{x-2} \leq 26. \end{cases}$$

Резолваре.

Резолвѐм а доуа инекуаѝе а системулуй:

$$\begin{aligned} 5^{x-1} + 5 \cdot (0,2)^{x-2} \leq 26 &\Leftrightarrow \frac{5^x}{5} + \frac{5 \cdot 25}{5^x} - 26 \leq 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 5^{2x} - 130 \cdot 5^x + 625 \leq 0 \Leftrightarrow 5 \leq 5^x \leq 125 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 3. \end{aligned}$$

Анализем прѝма инекуаѝе а системулуй пе мулѝимя $[1; 3]$. Трансформѐм парѝя дряпѝа а ей:

$$\frac{9}{5(x-3)} + \frac{5x+1}{5(x+2)} = \frac{9x+18+5x^2-15x+x-3}{5(x+2) \cdot (x-3)} = \frac{5x^2-5x+15}{5(x+2) \cdot (x-3)} = \frac{x^2-x+3}{(x+2) \cdot (x-3)}.$$

Обѝинем:

$$\begin{aligned} x + \frac{4x^2 + 5x}{(x+2) \cdot (x-3)} - \frac{x^2 - x + 3}{(x+2) \cdot (x-3)} &\leq 0 \Leftrightarrow x + \frac{4x^2 + 5x - x^2 + x - 3}{(x+2) \cdot (x-3)} \leq 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x + \frac{3x^2 + 6x - 3}{(x+2) \cdot (x-3)} &\leq 0 \Leftrightarrow \frac{x^3 - x^2 - 6x + 3x^2 + 6x - 3}{(x+2) \cdot (x-3)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x^3 + 2x^2 - 3}{(x+2) \cdot (x-3)} \leq 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{x^3 - x^2 + 3x^2 - 3}{(x+2) \cdot (x-3)} &\leq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2(x-1) + 3(x-1) \cdot (x+1)}{(x+2) \cdot (x-3)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{(x-1) \cdot (x^2 + 3x + 3)}{(x+2) \cdot (x-3)} \leq 0. \end{aligned}$$

Триномул патрат $x^2 + 3x + 3 > 0$

Пентру орьче $x \in \mathbb{R}$, деоарече $D = 9 - 12 < 0$. Май мулт ка аѝыт, пе мулѝимя $[1; 3]$ $x + 2 > 0$. Прин урмаре:

$$\frac{(x-1) \cdot (x^2 + 3x + 3)}{(x+2) \cdot (x-3)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x-1}{x-3} \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x < 3.$$

Рѝспунс: $[1; 3)$.

20. Проблема дин планиметрии

Есте дат трапезул ку диагонале егале ку 8 ши 15.

Сума базелор есте егалэ ку 17.

а) Демонстраць, кэ диагонале сынт перпендикуларе.

б) Афлаць ария трапезулуй.

Резолваре.

а) Прин пунктул C конструим о дряптэ паралелэ ку BD . Ла интерсекция ачестей дрепте ку дряпта AD маркэм пунктул C_1 , BCC_1D — паралелограм.

Ын триунгюл ACC_1 : $AC = 15$, $CC_1 = BD = 8$,

$AC_1 = AD + DC_1 = 17$.

Обсервэм, кэ $AC^2 + CC_1^2 = AC_1^2$ деоарече $289 = 225 + 64$, , конформ теоремей инверсе, а теоремей луй Питога, триунгюл ACC_1 — дрептунгик, унгюл ACC_1 дрепт. Атунч унгюл COD есте дрепт, чей че треба де демонстрат.

$$\text{б) } S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 15 = 60.$$

Рэспунс: б) 60.

сау

Ын триунгюл ABC есте ынскрисэ о чиркумферинцэ де раза R , тангентэ ла латура AC ын пунктул M , ынкыт $AM = 5R$ ши $CM = 1,5R$.

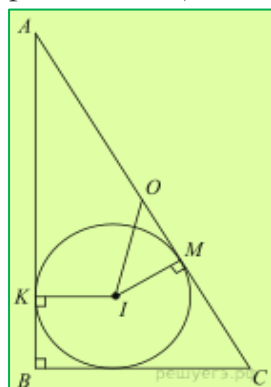
а) Демонстраць, кэ триунгюл ABC есте дрептунгик.

б) Афлаць дистанца динтре чентрул чиркумферинцей ынскрисе ши чиркумскрисе луй, дакэ се штие, кэ $R = 4$.

Резолваре.

а) Фие чиркумферинца ынскрисэ есте тангентэ латурий AB ын пунктул K . Нотэм $BK = x$. Фие S — ария триунгюлуй, p — семипериметрул. Атунч

$$p = 5R + 1, 5R + x = 6, 5R + x, \quad S = pR = R(6, 5R + x).$$



Пе де алтэ парте, конформ формулей луй Херон

$$S = \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-AC)} = \sqrt{(6, 5R + x) \cdot 5R \cdot 1, 5R \cdot x} = R\sqrt{7, 5x(6, 5R + x)}.$$

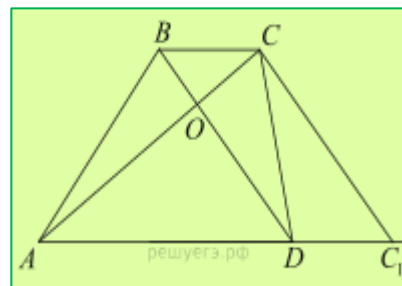
$$\text{Дин екуация} \quad R(6, 5R + x) = R\sqrt{7, 5x(6, 5R + x)}$$

обцинем, кэ $R = x$. Латуриле триунгюлуй ABC сынт егале ку $6, 5R$, $6R$ ши $2, 5R$, прин урмаре, ачест триунгь есте дрептунгик ку унгюл дрепт де ла вырфул B .

б) Фие I ши O — чентрул респектив а чиркумферинцей ынскрисе ши чиркумскрисе триунгюлуй ABC . Пунктул O — мижлокул гипотенузей $AC = 6, 5R = 26$, ши $OM = CO - CM = 13 - 1, 5R = 7$.

$$\text{Атунч } IO = \sqrt{OM^2 + MI^2} = \sqrt{7^2 + R^2} = \sqrt{65}.$$

Рэспунс: б) $\sqrt{65}$



21. Екуаций, инекуаций ши системеле лор ку параметри

Гэсиць тоате валориле параметрулуй a , пентру фиекаре динтре каре екуация $\frac{5a}{a-3} \cdot 7^{|x|} = 49^{|x|} + \frac{6a+7}{a-3}$ аре екзакт доуэ рэдэчинь диферите.

Резолваре.

Фие $7^{|x|} = t$, $t \geq 1$. Дакэ $t > 1$, атунч $|x| = \log_7 t \Leftrightarrow x = \pm \log_7 t$ — доуэ рэдэчинь. Дакэ $t = 1$, атунч $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$ — уника рэдэчинэ.

$$\text{Нотэм } f(t) = t^2 - \frac{5a}{a-3} \cdot t + \frac{6a+7}{a-3}$$

Екуация инициалэ аре екзакт доуэ рэдэчинь атунч ши нумай атунч, кынд екуация $f(t) = 0$ аре екзакт о рэдэчинэ май маре декыт 1.

Екуация $t^2 - \frac{5a}{a-3} \cdot t + \frac{6a+7}{a-3} = 0$ аре екзакт о рэдэчинэ, дакэ дискриминантул есте егал ку zero:

$$\left(\frac{5a}{a-3}\right)^2 - 4 \cdot \frac{6a+7}{a-3} = 0 \Leftrightarrow \frac{a^2 + 44a + 84}{(a-3)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2, \\ a = -42. \end{cases}$$

При $a = -2$ уравнение $t^2 - 2t + 1 = 0$ имеет единственный корень $t = 1$. В этом случае исходное уравнение имеет единственный корень $x = 0$.

Пентру $a = -42$ екуация $t^2 - \frac{14}{3} \cdot t + \frac{49}{9} = 0$ аре о сингурэ рэдэчинэ

$t = \frac{7}{3}$. Ын ачест каз екуация инициалэ аре доуэ рэдэчинь.

Графикул функцией $f(t)$ есте о параболэ, ку рамуриле ориентате ын сус. Пентру ка екуация $f(t) = 0$ сэ айбэ доуэ рэдэчинь, уна дин каре есте май маре ка 1, яр алта май микэ декыт 1, есте нечесар ши суфичиент, сэ сэ ындеплиняскэ инегалитатя

$$f(1) < 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{5a}{a-3} + \frac{6a+7}{a-3} < 0 \Leftrightarrow \frac{2a+4}{a-3} < 0 \Leftrightarrow -2 < a < 3.$$

Рэспунс: $a = -42$, $-2 < a < 3$.

Сау

Гэсиць тоате валориле параметрулуй a , пентру фиекаре динтре каре системул $\begin{cases} (a-1)x^2 + 2ax + a + 4 \leq 0, \\ ax^2 + 2(a+1)x + a + 1 \geq 0 \end{cases}$ аре о уникэ солуцие.

Резолваре.

Солуция системулуй поате фи уникэ ын доуэ казурь.

Казул 1. Уника солуцие есте пунктул де лимитэ пентру мулцима солуциилор а амбелор инегалитэць. Ын ачест каз уника рэдэчинэ требуре сэ сатисфакэ системул де екуаций

$$\begin{cases} (a-1)x^2 + 2ax + a + 4 = 0, \\ ax^2 + 2(a+1)x + a + 1 = 0. \end{cases}$$

Скэзынд прима екуацие дин а доуа, обцинем:

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, \\ x = -3. \end{cases}$$

Дакэ $x=1$, атунч $a+2(a+1)+a+1=0$, чея че ынсямнэ кэ, $a=-\frac{3}{4}$.

Пентру ачастэ валoare але луй a системул аре форма:

$$\begin{cases} -7x^2 - 6x + 13 \leq 0, \\ -3x^2 + 2x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -\frac{13}{7}, \\ x \geq 1. \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq x \leq 1.$$

Уника рэдэчинэ $x=1$.

Дакэ $x=-3$, атунч $9a-6(a+1)+a+1=0$ ши $a=-\frac{5}{4}$. Системул аре форма:

$$\begin{cases} x^2 + 10x + 21 \leq 0, \\ 5x^2 + 18x + 9 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7 \leq x \leq -3, \\ \begin{cases} x \leq -3, \\ x \geq -\frac{3}{5} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow -7 \leq x \leq -3.$$

Пентру ачастэ валoare але луй a системул аре о мулциме де рэдэчинь.

Казул 2. Уна дин инекуаций аре о солуцие уникэ, че сатисфаче чялалтэ инекуацие.

Прима инекуацие аре о солуцие уникэ пентру

$$\begin{cases} a^2 - (a-1)(a+4) = 0, \\ a-1 > 0. \end{cases} \Leftrightarrow a = \frac{4}{3}.$$

Прин урмаре прима инекуацие аре о солуцие уникэ $x=-4$ каре сатисфаче инегалитатя а доуа.

А доуа инекуацие аре о солуцие уникэ пентру

$$\begin{cases} (a+1)^2 - a(a+1) = 0, \\ a < 0. \end{cases} \Leftrightarrow a = -1.$$

Прин урмаре инекуация а доуа аре уника солуцие $x=0$, каре ну сатисфаче прима инекуацие.

Рэспунс: $-\frac{3}{4}, \frac{4}{3}$.